



**VESTIBULAR 2015**

**GABARITOS E COMENTÁRIOS**

**GRUPO 3 (2º DIA – 13/10/2014)**

**PROVAS:**

- **FÍSICA E QUÍMICA (OBJETIVAS)**
- **GEOGRAFIA, HISTÓRIA E MATEMÁTICA (DISCURSIVAS)**

## VESTIBULAR PUC-RIO 2015 – GABARITO – FÍSICA – OBJETIVA

### 1) Resposta: (C) $24 \times 10^3$

- (A) Resposta errada. O candidato calculou o trabalho mas não dividiu pelo tempo.  
(B) Resposta errada. O candidato subtraiu a massa do elevador à massa da carga.  
(C) Resposta correta. A potência é o trabalho feito pelo motor, dividido pelo tempo. O trabalho mínimo é igual ao peso a ser suspenso, multiplicado pela distância. Então  $W = 3 \times 10^3 \text{ kg} \times 10 \text{ m/s}^2 \times 20 \text{ m} = 600 \times 10^3 \text{ J}$ . Então  $P = 600 \times 10^3 \text{ J} / (25 \text{ s}) = 24 \times 10^3 \text{ W}$ .  
(D) Resposta errada. O candidato dividiu pela distância e multiplicou pelo tempo.  
(E) Resposta errada. O candidato multiplicou todos os números, sem converter tonelada a quilograma.

### 2) Resposta: (E) 0,98

- (A) Resposta incorreta. Erro em conta, subtraiu 1000 de 200 e não de 20.  
(B) Resposta incorreta. Somou empuxo e peso, e não converteu  $\text{cm}^3$  para  $\text{m}^3$ .  
(C) Resposta incorreta. Não converteu  $\text{cm}^3$  para  $\text{m}^3$ .  
(D) Resposta incorreta. Somou empuxo e peso.  
(E) Resposta correta. O isopor está em equilíbrio e sobre ele atuam 3 forças: força peso  $P = \rho_{\text{isopor}} g V$  (para baixo), empuxo  $E = \rho_{\text{água}} g V$  (para cima), e tensão  $T$ , para baixo. Portanto,  $E = P + T \Rightarrow T = E - P = (\rho_{\text{água}} - \rho_{\text{isopor}}) g V = (1000 - 20) \text{ kg/m}^3 \times 10 \text{ m/s}^2 \times (100 \times 10^{-6} \text{ m}^3) = 0,98 \text{ N}$

### 3) Resposta: (C) 2

- (A) Resposta incorreta. O candidato não elevou a velocidade ao quadrado ao calcular a energia cinética.  
(B) Resposta incorreta. O candidato pode ter errado a resposta por um fator 2.  
(C) Resposta correta. Toda energia cinética inicial será perdida através do trabalho da força de atrito:  $W_{\text{at}} = K \Rightarrow \mu mg X = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow X = \frac{1}{2} v^2 / \mu g = \frac{1}{2} (4^2) / (0,2 \times 10) = 4 \text{ m}$ .  $4 / 1,5 = 2,67$ , portanto ele cruza totalmente a pista 2 vezes.  
(D) Resposta incorreta. O candidato pode haver arredondado 2,67 para 3, não considerando que se pedia cruzamento total da pista.  
(E) Resposta incorreta. Pode ter confundido 4m com a resposta final.

### 4) Resposta: (C) 0,094

- (A) 10,6. Resposta incorreta. O candidato escreveu  $m \Delta T / Q$  (inverso do correto).  
(B) 23,5. Resposta incorreta. O candidato, ao invés de dividir por 50.100, multiplicou por 50/100.  
(C) 0,094. Resposta correta. Sabendo que  $Q = mc \Delta T$ , temos  $c = Q / m \Delta T = 470 / [100 \times (70 - 20)] = 0,094 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ .  
(D) 0,047. Resposta incorreta. Errou por um fator 2.  
(E) 0,067. Resposta incorreta. Ao invés de dividir por  $\Delta T = 50^\circ\text{C}$ , dividiu pela temperatura final, de  $70^\circ\text{C}$ .

### 5) Resposta: (A) 6,0

- (A) 6,0. Resposta correta. As caixas se movem juntas, portanto  $F = (m_1 + m_2) a = 3 \text{ kg} \times 2 \text{ m/s}^2 = 6,0 \text{ N}$   
(B) 2,0. Resposta incorreta. Multiplicou a aceleração por  $m_1$  apenas.  
(C) 4,0. Resposta incorreta. Multiplicou a aceleração por  $m_2$  apenas.  
(D) 3,0. Resposta incorreta. Errou por um fator 2.  
(E) 1,5. Resposta incorreta. Dividiu  $(m_1 + m_2) / a$ .

### 6) Resposta: (D) 20

- (A) 10. Resposta incorreta. O candidato não elevou o tempo ao quadrado.  
(B) 2,0. Resposta incorreta. O candidato não multiplicou por  $g$ .  
(C) 7,5. Resposta incorreta. O candidato somou os dois valores fornecidos.  
(D) 20. Resposta correta. A altura é dada por  $y = \frac{1}{2} g t^2$ ; tem-se também  $x = vt$  portanto,  $y = \frac{1}{2} g (x/v)^2 = \frac{1}{2} 10 (5,0/2,5)^2 = 20 \text{ m}$ .  
(E) 12,5. Resposta incorreta. O candidato multiplicou os dois valores fornecidos.

### 7) Resposta: (B) 4/5

- (A) 1/3. Resposta incorreta.  $1/3 < 2/3$ , não cumpre a condição.  
(B) 4/5. Resposta correta. O fenômeno de reflexão total acontece quando  $\text{sen} \theta > n_{\text{ar}} / n_{\text{água}}$ . Neste caso, é necessário  $\text{sen} \theta > 1/1,5 = 2/3$ . Como  $4/5 > 2/3$ , a condição se cumpre.  
(C) 1/2. Resposta incorreta.  $1/2 < 2/3$ , não cumpre a condição.  
(D) 3/5. Resposta incorreta.  $3/5 < 2/3$ , não cumpre a condição.  
(E) 2/5. Resposta incorreta.  $2/5 < 2/3$ , não cumpre a condição.

**8) Resposta: (A) 30**

- (A) 30. Resposta correta. A resistência equivalente é  $12\Omega$ , que é o resultado de R em paralelo com  $10\Omega + 10\Omega = 20\Omega$ .  $1/12 = 1/R + 1/20 \Rightarrow R = 30\Omega$ .
- (B) 10. Resposta incorreta. O candidato supôs que R tinha o mesmo valor que a resistência da parte superior do circuito.
- (C) 20. Resposta incorreta. O candidato tomou  $20\Omega$  como resistência equivalente das duas de  $20\Omega$  em paralelo.
- (D) 12. Resposta incorreta. O candidato supôs que  $R = V/I = 12/1 = 12\Omega$ .
- (E) 50. Resposta incorreta. O candidato fez a conta incorreta:  $1/30 + 1/20 = 1/50$

**9) Resposta: (D) 9,00**

- (A) Resposta incorreta. O candidato usa a expressão errada  $V_i T_i = V_f T_f$  e não converte a temperatura para Kelvin.
- (B) Resposta incorreta. O candidato converteu a temperatura inicial a Kelvin, mas não converteu o resultado de volta a Celsius.
- (C) Resposta incorreta. O candidato usou a expressão correta, mas não converteu a graus Kelvin ao fazer a conta.
- (D) Resposta correta. O processo se dá a pressão constante, logo  $V_i/T_i = V_f/T_f \Rightarrow T_f = T_i V_f/V_i$ . Sendo  $T_i = 150 + 273 = 423\text{K}$  tem-se  $T_f = (2/3)423 = 282\text{K} = 9,00^\circ\text{C}$ .
- (E) Resposta incorreta. O candidato usa a expressão errada  $V_i T_i = V_f T_f$ .

**10) Resposta: (B) o bloco está sofrendo uma força resultante de módulo igual a 5,0 N.**

- (A) Resposta incorreta. A força normal neste problema é, em módulo, igual ao peso.
- (B) Resposta correta. A força resultante é centrípeta (tensão do fio) vale  $ma_c = mv^2/R$ . Sendo  $m = 0,5\text{kg}$ ,  $v = 2,0\text{ m/s}$  e  $R = 0,4\text{ m}$ , chegamos à força igual a  $5,0\text{ N}$ .
- (C) Resposta incorreta. A aceleração tangencial é nula já que se trata de um movimento circular uniforme.
- (D) Resposta incorreta. O bloco sofre aceleração centrípeta.
- (E) Resposta incorreta. Ao cortar o fio, o bloco tende a seguir em linha reta (pela tangente ao ponto em que se encontrava ao momento do corte).

**VESTIBULAR PUC-RIO 2015 – GABARITO – QUÍMICA – OBJETIVA****11) Resposta: (E) VA e 4º**

Na configuração eletrônica  $4s^2 4p^3$ , o número 4 indica 4 níveis, o que equivale ao 4º período e  $s^2 p^3$  indica 2 elétrons no subnível s do último nível e 3 elétrons no subnível p do último nível, totalizando 5 elétrons no último nível, o que equivale ao grupo VA.

**12) Resposta: (A) 0,060**

$N^\circ \text{ mmol KMnO}_4 = 50,00\text{ mL} \times 0,10\text{ mol/L}^{-1} = 5,0\text{ mmol}$

$N^\circ \text{ mmol NaMnO}_4 = 50,00\text{ mL} \times 0,20\text{ mol/L}^{-1} = 10\text{ mmol}$

Sendo a dissociação iônica total do  $\text{KMnO}_4$  e do  $\text{NaMnO}_4$  tem-se:

$N^\circ \text{ mmol MnO}_4^- = 5,0 + 10 = 15\text{ mmol}$

$[\text{MnO}_4^-] = 15\text{ mmol}/250,00\text{ mL} = 0,060\text{ mmol/mL}^{-1}$  ou  $0,060\text{ mol/L}^{-1}$

**13) Resposta: (B) a reação II:  $\text{Cl}^-$** 

a) INCORRETO; pois em I. os íons espectadores são  $\text{K}^+$  e  $\text{NO}_3^-$

b) CORRETO; pois em II.  $\text{Fe}^{3+}$  e  $\text{Sn}^{2+}$  reagem formando  $\text{Fe}^{2+}$  e  $\text{Sn}^{4+}$ .  $\text{Cl}^-$  é o íon espectador.

c) INCORRETO; pois em III. não há íons espectadores  $\text{H}^+$  e  $\text{OH}^-$  reagem formando  $\text{H}_2\text{O}_{(l)}$  e  $\text{Ba}^{2+}$  e  $\text{SO}_4^{2-}$  reagem formando  $\text{BaSO}_{4(s)}$

d) INCORRETO; pois em II.  $\text{Fe}^{3+}$  e  $\text{Sn}^{2+}$  reagem formando  $\text{Fe}^{2+}$  e  $\text{Sn}^{4+}$ .  $\text{Cl}^-$  é íon espectador

e) INCORRETO; pois em III.  $\text{Ba}^{2+}$  e  $\text{SO}_4^{2-}$  reagem formando  $\text{BaSO}_{4(s)}$

**14) Resposta: (D) Lantânio**

Na equação nuclear, a soma das massas e a soma das cargas nucleares é a mesma nos dois membros.

Soma das cargas nucleares no 1º membro = 92 = soma das cargas nucleares no 2º membro:

$$92 + 0 = 35 + x + 0 \quad \therefore \quad x = 57$$

O elemento que possui carga nuclear ( $n^\circ$  atômico) 57 (consulta à tabela periódica) é o Lantânio.

Complementando:

Soma das massas no 1º membro = 236 = soma das massas no 2º membro:

$$235 + 1 = 90 + x + 3 \quad \therefore \quad x = 143$$

Como fica a equação nuclear:



**15) Resposta: (B) cujo pH praticamente não se altera após a adição de 100 mL de água.**

(A) Falso, pois o pH da solução é menor do que 7,0, pois a quantidade de base adicionada não foi suficiente para neutralizar todo o ácido presente.

(B) Verdadeiro, pois após a adição de NaOH em menor quantidade do que o ácido propanoico, se tem um sistema tampão cujo pH resiste a pequenas diluições.

(C) Falso, pois após a adição de NaOH em menor quantidade do que o ácido propanoico, se tem um sistema tampão cujo pH resiste a adições de quantidades relativamente pequenas de ácido forte.

(D) Falso, não há precipitação de NaCl, pois NaCl é sal solúvel em água e em concentrações diluídas como as do problema.

(E) Falso, os íons predominantes são propanoato ( $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{COO}^-$ ) e  $\text{Na}^+$ . Quantidades bem menores de  $\text{H}^+$  e de  $\text{OH}^-$  também estão presentes.

**16) Resposta: (C) 1,4**

Partindo da lei dos gases ideais:  $PV = nRT$  ou  $PV = (m/M)RT$

Isolando  $m/V = d = MO_2P / RT = (32 \text{ g mol}^{-1} \times 1 \text{ atm}) / (0,082 \text{ atm L mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \times 273 \text{ K})$

$d = 1,42 = 1,4$

**17) Resposta: (D) 0,025**

A porcentagem de Cu no CuS é 66%. Assim, em 2,4 g se tem 1,58 g. Dividindo pela massa molar, o valor de Cu, em mol, é 0,0249, ou seja, 0,025 mol em 1.0 L.

**18) Resposta: (C) átomos de carbono primários e secundários, e cadeia carbônica insaturada.**

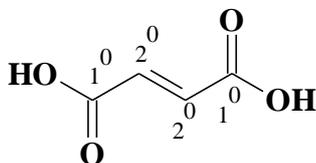
Carbono primário é aquele que está ligado a somente um átomo de carbono.

Carbono secundário é aquele que está ligado a dois átomos de carbono.

Carbono terciário é aquele que está ligado a três átomos de carbono.

Carbono quaternário é aquele que está ligado a quatro átomos de carbono.

Cadeia carbônica, diz respeito à sequência de átomos de carbono.



(A) Falso, pois, na estrutura do ácido fumárico, existem também átomos de carbono secundários.

(B) Falso, pois, na estrutura do ácido fumárico, a cadeia carbônica é normal e não ramificada. Para que uma cadeia seja classificada como ramificada, deve haver pelo menos um átomo de carbono terciário ou quaternário.

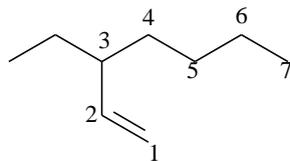
(C) CORRETO, pois, na estrutura do ácido fumárico, há átomos de carbono primários e secundários e, no meio da cadeia carbônica há uma insaturação (dupla ligação).

(D) Falso, pois, na estrutura do ácido fumárico, não há átomos de carbono terciários, e a cadeia carbônica não é saturada, é insaturada.

(E) Falso, pois, na estrutura do ácido fumárico, não há átomos de carbono terciários, e a cadeia carbônica não é ramificada, é normal.

**19) Resposta: (E) 3-etil-hept-1-eno**

A cadeia principal é a mais longa que contém a ligação dupla. A numeração deve ser feita a partir da extremidade mais próxima da ligação dupla.



(A) Falso, pois a ramificação etil está no carbono 3 e não no carbono 2. A cadeia principal tem sete átomos de carbono e não seis, e o hidrocarboneto é um alceno e não um alcano.

(B) Falso, pois a cadeia principal possui ligação dupla (alceno).

(C) Falso, pois a ramificação etil está no carbono 3 e não no carbono 2.

(D) Falso, pois o radical na posição 3 é etil e não metil.

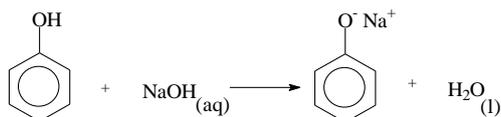
(E) CORRETO, pois na posição 3 existe um radical etil (radical com dois átomos de carbono); na cadeia principal existem 7 átomos carbono (prefixo hept), e o primeiro carbono que contém a insaturação é o carbono 1.

## 20) Resposta: (D) I e III

I) CORRETO, pois o átomo de nitrogênio pode aceitar um próton dando origem a uma ligação. De acordo com a teoria ácido base de Brønsted-Lowry, aminas são bases de Brønsted-Lowry.

II) Falso, pois, se o átomo de hidrogênio pudesse ser doado facilmente, a metilamina teria um caráter ácido e não básico.

III) CORRETO, pois o fenol é considerado um ácido fraco devido à ressonância e, na presença de base forte como NaOH, ele perde facilmente o átomo de hidrogênio da hidroxila (reação ácido base).



## VESTIBULAR PUC-RIO 2015 – GABARITO – GEOGRAFIA – DISCURSIVA GABARITO AMPLIADO

### Questão nº 1

a) As mudanças positivas no uso dos telhados verdes são :

- 1- Diminuir a poluição e melhorar a qualidade do ar das cidades. A vegetação absorve as substâncias tóxicas e a libera oxigênio na atmosfera.
- 2- Ajudar a combater o efeito de Ilhas de Calor nas grandes cidades.
- 3- Melhorar o isolamento térmico das edificações. Proteger contra as altas temperaturas no verão e ajudar a manter a temperatura interna no inverno.
- 4- Ajudar na diminuição da temperatura do micro e macro ambientes.
- 5- **Aumentar a umidade do ar atmosférico.**

b) Em relação à energia, os telhados verdes reduzem o seu consumo, pois a concentração de calor nas superfícies dos prédios é reduzida e o uso de aparelhos de ar condicionado e ventiladores também será diminuído, economizando-se energia.

Em relação ao consumo de água, este também poderá ser reduzido, pois os telhados verdes acumulam a água da chuva e da umidade gerada pela própria vegetação, podendo ser responsável pelo fornecimento de parte da água consumida cotidianamente nas edificações que usam o sistema.

### Questão nº 2

a) A Ucrânia, uma das ex-repúblicas soviéticas, tem uma posição geopolítica estratégica na contenção da expansão da União Europeia (UE) e da OTAN (principalmente) para a fronteira da Rússia. O desejo alemão e norte-americano em expandir mercados e investimentos para o Leste da Europa pode colocar em risco a hegemonia histórica da Rússia naquela região e, portanto, a Ucrânia exerce o papel de um “Estado-tampão” ao impedir que tais blocos econômico e militar ameacem a Rússia. **Deve-se considerar também a concentração de gasodutos no território ucraniano como um papel estratégico da Rússia.**

b) A rede logística de fornecimento de energia da Rússia para a Europa Ocidental passa pelo subsolo da Ucrânia. Portanto, com vistas a não sofrer um embargo no fornecimento do gás e óleo russos, as sanções da Alemanha à Rússia têm sido muito tímidas em relação à guerra civil enfrentada hoje pela Ucrânia.

### Questão nº 3

a) Apesar de o tabagismo ser, comprovadamente, uma das principais causas dos infartos de miocárdio e de cânceres diversos, e de o Brasil ser um dos países mais engajados em políticas de contenção da sua propagação, notadamente entre os mais jovens, quase 60% dos produtores brasileiros de tabaco são originários de famílias de pequenos produtores e produtores Sem Terra. Nesse sentido, o combate à

erradicação da fumicultura, na montante do processo produtivo, poderá gerar maiores problemas sociais, como o desemprego, notadamente na macrorregião Sul do país.

**b)** Os motivos são: a) a crise financeira mundial que se abateu nos países mais ricos, desde 2008, forçando a queda da produtividade em agriculturas como a norte-americana e europeia; b) a ampliação do consumo de tabaco em países emergentes como China, Índia e Rússia, o que estimula os países mais pobres, como os africanos, a ampliar a sua produção de tabaco, já que o seu preço, advindo dos países mais ricos, aumentou significativamente, na última década; c) a globalização da economia, que abriu as fronteiras do comércio internacional nos últimos vinte anos, afetando intensamente o setor agrícola de exportação, principalmente nos países mais pobres do mundo.

## **VESTIBULAR PUC-RIO 2015 – GABARITO – HISTÓRIA – DISCURSIVA**

### **Questão nº 1**

**a)** Contribuíram para esse desgaste as questões relacionadas à expansão para os novos territórios a Oeste e aos impasses da luta abolicionista no norte. Destacaram-se nesse conjunto: a) a compra à França do então enorme território da Luisiana (1803) que passou a ser progressivamente cobiçado pelos interesses do norte e do sul; b) a incorporação do Texas à União (1845) como mais um estado escravista ao lado do sul; c) a anexação dos territórios da Califórnia, Novo México e Utah após a vitória dos EUA na guerra contra o México (1846-48), a partir de critérios pouco identificados às demandas do sul; d) a maior pressão sulina para que se aplicasse a Lei do Escravo Fugitivo em todos os estados e territórios da União, requerendo-se à justiça a devolução dos escravos em fuga aos seus estados de origem; e, e) a abolição do tráfico de escravos na capital do país, no Distrito de Columbia.

**b)** As respostas devem contemplar aspectos que se relacionem aos seguintes direitos pelos quais lutaram os negros desde então:

- os chamados direitos civis: direito de ir e vir, direito à vida, à liberdade de expressão, à igualdade perante a lei, à garantia de não ser julgado fora de um processo regular, de não ter o lar violado etc

- os chamados direitos políticos: participação do cidadão no governo da sociedade, poder participar de manifestação e organizar partido político, direito de votar e ser votado, a garantia da existência de igualdade de condições para que se possa dar esse tipo de participação no poder.

Vários eventos e medidas, iniciados após o fim da guerra civil, deram início à busca de ambos esses direitos para os negros naquele país. Ganham destaque, neste sentido, o *Bureau do Homem Livre* (1865) – instância a partir da qual o Estado começou a tentar assumir responsabilidade pelos libertos, garantindo-lhes registros de identidade, reunindo parentes que haviam se dispersado durante o período da escravidão; o oferecimento em alguns poucos casos de terras para cultivo (a promessa de “*quarenta acres e uma mula*”) a partir do qual o liberto iniciaria uma nova vida; a *14ª Emenda Constitucional* (1866) – decretou que TODOS os cidadãos nascidos no país ou naturalizados seriam considerados americanos, independentemente da cor, e teriam assegurados seus direitos à liberdade e à propriedade; a *15ª Emenda Constitucional* (1868) – defendeu o direito de voto para todos os cidadãos adultos, independentemente de “cor, raça, ou condição prévia de servidão”.

Deve-se notar que muitas das medidas implementadas no sul, militarmente ocupado pelo norte logo após a Guerra Civil, durante os chamados governos radicais da Reconstrução, foram anuladas posteriormente pelo progressivo retorno das elites sulistas à cena política em seus estados de origem, ao final da década de 1870.

### **Questão nº 2**

**a)** A partir dos primeiros anos da República, começou a evidenciar-se a grande distância que separava a nova ordem moderna que as lideranças políticas e intelectuais tentavam instaurar na capital federal e as práticas e tradições costumeiras dos ex-escravos e seus descendentes, alvos maiores desse impulso civilizador. Dessa distancia entre os projetos republicanos e as aspirações e experiências populares resultaram momentos de tensão e conflito como aquele expresso na imagem - que remete para a antipatia dos trabalhadores cariocas em relação aos princípios da Ciência defendidos pelas autoridades republicanas.

**b)** O candidato poderá citar:

- *Guerra de Canudos (1897)*: ataque do exército republicano ao Arraial de Canudos, visto como foco de atraso e de resistência monárquica.
- *Revolta da Chibata (1910)*: revolta dos marinheiros contra a imposição de castigo físico aos marujos da Armada.
- *Guerra do Contestado (1912-1916)*: conflito armado em uma região de fronteira entre Paraná e Santa Catarina que opôs forças dos governos federal e estadual à população cabocla local, marcada por crenças messiânicas que as autoridades republicanas não conseguiam compreender.
- *Greve geral (1917)*: articulação de amplo movimento grevista em São Paulo e no Rio de Janeiro para combater os baixos salários e as más condições de vida dos trabalhadores urbanos.

### Questão nº 3

**a)** A formação das alianças político-diplomáticas foi um processo que antecedeu a guerra e, mesmo ao longo do conflito, os interesses de cada nação levaram a uma frequente reconfiguração dos acordos. Referimo-nos a dois grandes blocos de países: a Tríplice Aliança formada pelo Império alemão, pelo império Austro-húngaro e pelo império Turco-otomano (em 1915 a Bulgária declara guerra à Sérvia e se junta à Aliança), e a Tríplice Entente reunindo França, Inglaterra e Rússia – essa aliança também contou com o apoio de outros países como Sérvia, Itália, Japão, Estados Unidos, Portugal e mesmo o Brasil. Em 1917, a Rússia envolvida no processo revolucionário iniciou negociações para firmar uma paz em separado com seus adversários. Assim sendo, o candidato poderá apresentar as seguintes argumentações:

- O forte sentimento nacional frequentemente alimentado pelos governos europeus foi criando diversas crises diplomáticas que permitiram que algumas potências se distanciassem: casos da Alemanha e França ou de Áustria e Rússia. Em contrapartida, essas rivalidades nacionais foram criando a base para a aproximação – muitas vezes meramente instrumental – entre países com tradições políticas muito diferentes como foi o caso da aliança entre franceses e russos.
- A disputa por territórios dentro da Europa também contribuiu para a formação das alianças. Notadamente as tensões entre alemães e franceses na sua fronteira (em especial na Alsácia-Lorena) e entre os russos e os sérvios com os turcos, austríacos e búlgaros nos Balcãs, proporcionaram a criação de antagonismos e alianças que levaram a Guerra.
- A competição por territórios coloniais, em um período de intenso crescimento industrial no qual eram urgentes mercados, mão-de-obra e matérias-primas, levou a muitas tensões militares e diplomáticas entre os países envolvidos na chamada segunda revolução industrial. Pode-se mencionar, como exemplo, que os governos da Inglaterra e França estavam dispostos a “fechar” o espaço colonial a novas potências e lutavam para estabilizar seu controle nos continentes africano e asiático isolando o interesses expansionistas alemães.

**b)** O fim da Grande Guerra provocou uma extensa reconfiguração nas bases sociais e geopolíticas do Ocidente e de sua extensa área de influência. Para alguns historiadores, o conflito marca o fim de uma era. Desse modo, o candidato poderá citar:

- A redefinição do mapa político europeu após a assinatura dos tratados de paz. Como resultado da vitória da Tríplice Entente, os grandes impérios derrotados (o alemão, o austro-húngaro e o turco-otomano) foram desmembrados e deram origem a diversos novos países, como a Estônia, a Lituânia, a Letônia, a (nova) Polônia, a Tchecoslováquia, a Hungria separada a Áustria entre outros.
- A crise política na Rússia não pode ser dissociada do enorme e desastroso esforço de guerra empreendido pelo Império czarista. O surgimento de uma nova configuração ideológica com o surgimento de um Estado socialista também pode ser citado pelo candidato.
- A participação de tropas coloniais e a expansão do conflito para o norte da África, Palestina, Iraque, Pérsia e China fez com que ideias nacionalistas e anti-imperialistas tomassem lugar no repertório político das populações locais. A luta de independência nacional ganha um impulso importante com o envolvimento dessas populações e regiões na dinâmica do conflito.

**VESTIBULAR PUC-RIO 2015 – GABARITO – MATEMÁTICA – DISCURSIVA**

**Questão nº 1**

**a)** reta  $\rightarrow y = x + 4$ . Para encontrar os pontos de interseção, basta igualar as duas equações:

$$\frac{1}{x} = x + 4 \Rightarrow x^2 + 4x - 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} = -2 \pm \sqrt{5}$$

Se  $x = -2 + \sqrt{5} \Rightarrow y = 2 + \sqrt{5}$  .Ponto:  $(-2 + \sqrt{5}, 2 + \sqrt{5})$

Se  $x = -2 - \sqrt{5} \Rightarrow y = 2 - \sqrt{5}$  .Ponto:  $(-2 - \sqrt{5}, 2 - \sqrt{5})$

**b)** Do mesmo modo que no item a, temos: reta  $\rightarrow y = -x$

$$\frac{1}{x} = -x \Rightarrow -x^2 = 1 \Rightarrow x \notin R \Rightarrow \text{não existe ponto de interseção}$$

**c)** Se  $m = 0$ , temos a reta  $y = 2$ , que intersecta a hipérbole no ponto  $(1/2, 2)$

Caso contrário:

$$\frac{1}{x} = mx + 2m + 2 \Rightarrow mx^2 + (2m + 2)x - 1 = 0$$

Queremos  $\Delta=0$  :

$$\Delta = (2(m + 1))^2 + 4m = 0 \Rightarrow 4(m^2 + 2m + 1) + 4m = 0 \Rightarrow m^2 + 3m + 1 = 0 \Rightarrow m = -\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

**Questão nº 2**

**a)**  $f(0) = 1 - 6 + 8 = 3$

**b)**  $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 168 \Rightarrow 4^x - 6 \cdot 2^x - 160 = 0$

$2^x = u \Rightarrow u^2 - 6u - 160 = 0 \Rightarrow u = -10 \text{ ou } u = 16 \Rightarrow 2^x = 16 \Rightarrow x = 4$

**c)**  $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 < 0$

$2^x = u \Rightarrow u^2 - 6u + 8 < 0 \Rightarrow 2 < u < 4 \Rightarrow 2 < 2^x < 4 \Rightarrow 1 < x < 2$

**Questão nº 3**

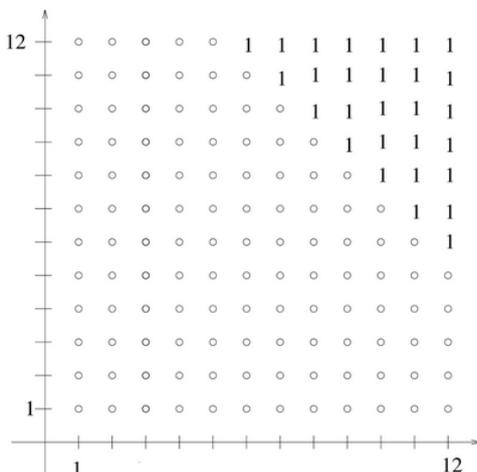
Total de casos =  $12^3$

**a)** soma = 36  $\rightarrow 12 + 12 + 12 \rightarrow$  apenas um caso favorável  $\rightarrow \text{Prob} = 1/12^3 = 1/1728$

**b)** soma = 30

Vamos representar através do diagrama abaixo, as possibilidades para soma = 30. No eixo horizontal está representado o 1º dado e no eixo vertical o segundo dado. Por exemplo, se cair 12 no 1º dado, no 2º dado pode cair 6, 7, 8, 9, 10, 11 ou 12, tendo apenas um resultado favorável, em cada uma dessas situações, para o terceiro dado, o que está indicado no diagrama pelo número 1. Desse modo, o número de casos favoráveis é:

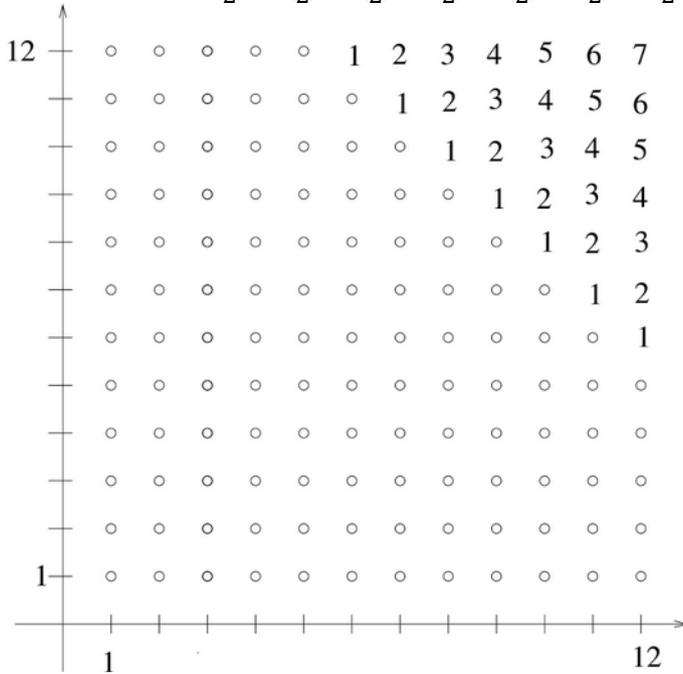
$$7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \frac{(7 + 1) \cdot 7}{2} = 28 \Rightarrow \text{Prob} = \frac{28}{12^3} = \frac{7}{432}$$



c) soma  $\geq 30$

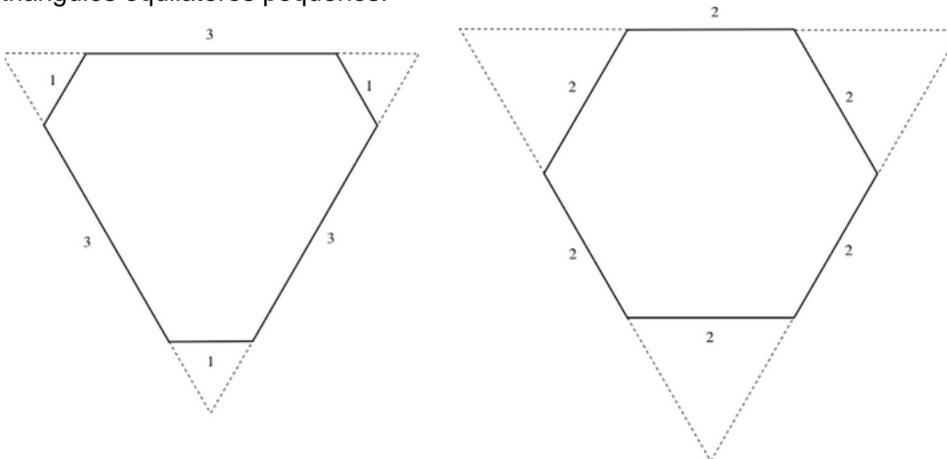
De forma análoga ao item anterior, vamos representar através do diagrama abaixo, as possibilidades para soma  $\geq 30$ . Cada número no diagrama representa a quantidade de possibilidades favoráveis para o 3º dado. Por exemplo, o 2 da 7ª linha e 12ª coluna significa que se sair 12 no 1º dado e 7 no 2º dado, então temos dois resultados favoráveis para o 3º dado ( 11 e 12 ). Sendo assim, o total de casos favoráveis é:

$$\binom{8}{2} + \binom{7}{2} + \binom{6}{2} + \binom{5}{2} + \binom{4}{2} + \binom{3}{2} + \binom{2}{2} = \binom{9}{3} = 84 \Rightarrow \text{Prob} = \frac{84}{12^3} = \frac{7}{144}$$



**Questão nº 4**

a) Para calcular as áreas, podemos considerar as figuras com triângulos equiláteros grandes, menos 3 triângulos equiláteros pequenos.

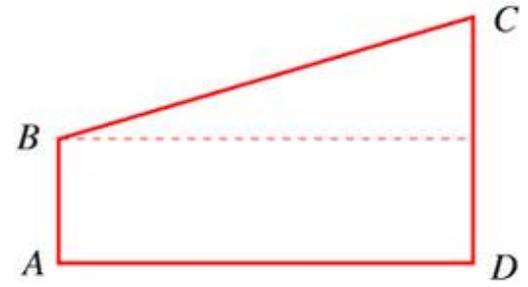
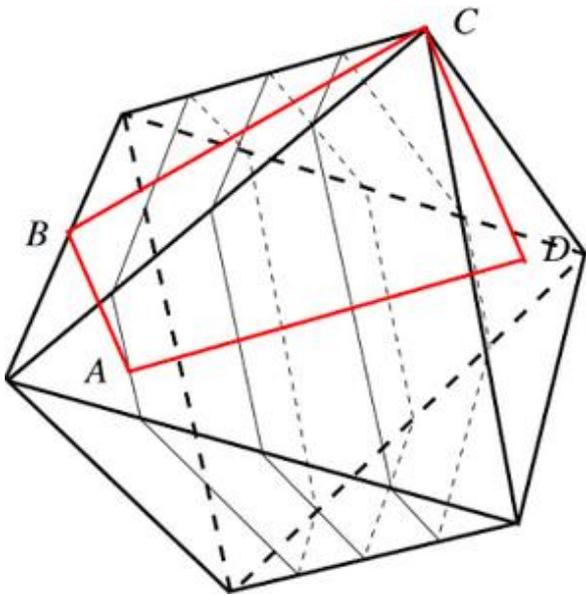


$$\text{área1} = \frac{5^2\sqrt{3}}{4} - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{22\sqrt{3}}{4} = \frac{11\sqrt{3}}{2}$$

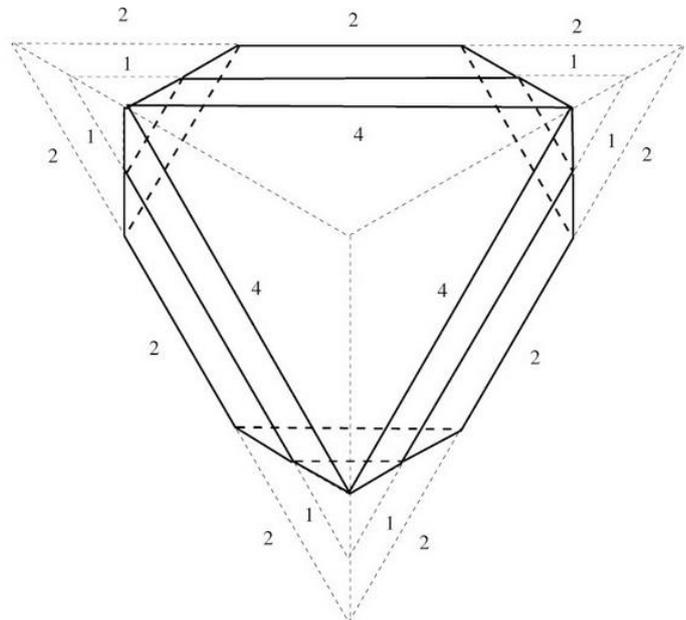
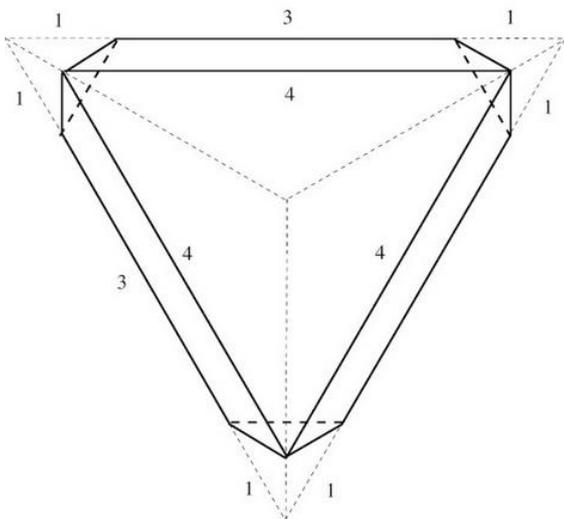
$$\text{área2} = 6 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3}$$

b) BC é a altura do triângulo equilátero da face, portanto vale  $2\sqrt{3}$ . Os pontos A e D são os baricentros dos triângulos das suas faces. Por isso a medida de AB é 1/3 da medida da altura do triângulo e a medida de CD é 2/3 da medida da altura do triângulo.

$$AB = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ e } CD = \frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow (2\sqrt{3})^2 = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 + (AD)^2 \Rightarrow AD = \frac{4\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \text{a altura de cada fatia é } \frac{\sqrt{6}}{3}$$



c)



Volume da fatia perto da face: tetraedro grande menos quatro tetraedros pequenos (3 iguais, de aresta 1 e outro maior, de aresta 4):

$$V_{\text{tetraedro regular}} = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$$

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12} (5^3 - 4^3 - 3 \cdot 1^3) = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot 58 = \frac{29\sqrt{2}}{6}$$

Volume da outra fatia:

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12} (6^3 - 4^3 - 3 \cdot 2^3) - \frac{29\sqrt{2}}{6} = \frac{35\sqrt{2}}{6}$$